

DOI: 10.12158/j.2096-3203.2023.03.019

# 非接触式电压相量测量算法

李嘉贤, 刘灏, 毕天姝

(新能源电力系统国家重点实验室(华北电力大学), 北京 102206)

**摘要:**同步相量测量技术为电网动态安全监测提供了数据基础,非接触式电压传感技术具备安全、便捷、成本低的优势,有利于测量装置实现海量布点。现有非接触式电测量的缺陷在于复杂电压经探头传变后二次侧输出电压发生畸变,难以还原一次侧电压相量。为解决电压畸变问题,文中提出了一种对带内信号分频计算的相量测量算法。首先对探头输出电压进行预处理,滤除带外信号与噪声,随后采用矩阵束法计算带内信号频率,以此构建信号模型进行时域拟合求解带内信号相量,最后将带内信号相量还原至一次侧后合成得到综合相量。仿真结果表明,所提方法能够利用探头二次侧输出电压采样值计算一次侧电压相量。实验数据显示所提方法的幅值测量误差小于4.5%,相位误差小于 $1^\circ$ ,频率误差小于0.04 Hz,频率变化率误差小于4 Hz/s。

**关键词:**同步相量测量算法;非接触式电压测量;电容耦合式电压探头;测量频带提取;矩阵束法;最小二乘法

**中图分类号:** TM933.2

**文献标志码:** A

**文章编号:** 2096-3203(2023)03-0168-11

## 0 引言

随着分布式电源的快速发展,配电网特性愈发复杂,传统依赖建模的分析方法愈发困难<sup>[1]</sup>。而实时、准确的同步测量为配电网监测、分析与控制提供了新的思路<sup>[2-4]</sup>。但配电网的海量测点与传统电压互感器的制造、安装成本存在矛盾,限制了测点数量。非接触式电压测量技术利用待测物体激发的电场作为媒介逆向计算电压,降低制造成本的同时提高了安装便捷性,有利于增加同步测量装置布点。

现有针对绝缘导线的非接触式电压测量技术,普遍采用电容耦合原理设计探头来获取待测电压信号,利用导线的绝缘层充当电介质构建电容实现分压<sup>[5-7]</sup>。待测电压经过电容耦合探头传变后,幅值和相位均发生变化,且不同频率成分的增益、相移均不相同。因此,对探头输出信号进行采样后,要求用相量测量算法对各频率成分进行单独计算,得到不同频率成分的幅值和相位。

现有的相量测量算法主要可分为频域和时域两大类。频域方法中最典型的为离散傅里叶变换(discrete fourier transform, DFT)算法<sup>[8]</sup>,在此基础上,国内外学者研究出了多种基于DFT的改进算法,如基于静态模型的加窗插值DFT法<sup>[9-14]</sup>,用于削弱频谱泄露问题,加强对间谐波的抑制能力,以及基于动态相量模型的泰勒傅里叶变换及其改进方法<sup>[15-18]</sup>,将时变的幅值和相角用泰勒级数逼近以

跟踪系统的动态过程。上述基于DFT的相量算法本质上相当于一个带通滤波器,将通带内所有频率成分合并计算,得到探头输出电压的综合相量,无法单独计算带内信号相量,不适用于非接触式电压相量测量。

时域方法是通过构建多个成分(泰勒级数、三角函数以及含衰减因子的复指数)叠加的模型,将模型待测信号在时域进行拟合得到各成分的幅值、相位等参数<sup>[19-23]</sup>。时域方法能够将待测电压中的各成分纳入预设模型从而逐一计算出带内信号相量。但实际电网电压的动态过程以及其中谐波/间谐波等成分数量与频率是未知的,应用时须解决以下问题:滤除干扰信号,避免影响拟合精度。现有研究多采用低通/带通滤波器进行频带提取,须平衡滤波器性能与阶数之间的矛盾。此外也有研究通过重构二次谐波波形以消除其影响<sup>[24]</sup>,但难以消除频率未知的间谐波。确定电压中的带内信号数量,以此构建吻合的信号模型。有学者采用压缩感知的方法确定谐波和间谐波的数量与频率<sup>[25]</sup>,但压缩感知算法中的迭代过程存在数值解不稳定、计算量大、时效性差等问题。

除此之外,还有一些小众算法:锁相环法<sup>[26]</sup>利用反馈控制电路使得测量装置内部振荡信号与待测信号同步,进而实现同步采样,但无法对带内信号进行分别处理。小波变换法<sup>[27]</sup>与傅里叶变换类似,存在时、频矛盾,难以在短时窗内对带内信号进行独立计算。空间谱估计法<sup>[28]</sup>通过构建Hankel矩阵将采样值映射至高维空间,采用矩阵运算将不同频率成分分解至相互正交的空间中,进而对不同空

收稿日期:2022-11-23;修回日期:2023-01-30

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51725702)

间单独进行计算,但同样面临着带内信号数量界定的问题。

为解决针对多频率成分电压的非接触式相量测量问题,文中分析了电容耦合式电压探头的等效电路与传变特性,以及多成分信号经过电压探头后的畸变规律,提出一种带内信号单独计算的相量测量算法。首先对历史数据进行频谱分析获得带内信号数量,以及低频带外信号频率、幅值、相位等参数,以此重构出低频带外信号波形,在时域上滤除低频带外信号;随后采用低通滤波器滤除高频带外信号,进而构建 Hankel 矩阵,采用奇异值分解(singular value decomposition, SVD)进行降噪处理;然后利用矩阵束(matrix pencil, MP)法逐一计算出带内信号频率,以此构建最小二乘方程求解基频信号与带内信号的相量;最后利用双探头基频相量计算传变特性,并将带内信号相量还原至一次侧,将一次侧带内相量合成得到综合相量以反映待测信号的动态变化。

## 1 非接触式电压测量概述

为防止电能传输时发生人员触电和设备短路的意外,导线采用电阻率极大的绝缘层进行包覆,非接触式电压测量的目标是在不破坏导线绝缘层的前提下实现电压测量,大致可分为“传感”与“测量”两部分,如图 1 所示。

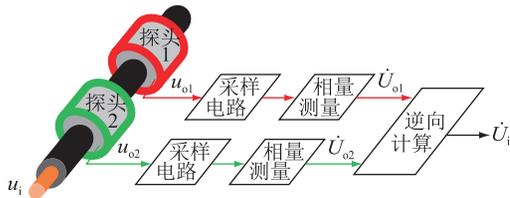


图 1 绝缘导线非接触式电压测量示意

Fig.1 Schematic diagram of non-contact voltage measurement of insulated conductor

图 1 中,  $u_i$  为待测电压;  $u_{o1}$ 、 $u_{o2}$  分别为探头 1、探头 2 输出电压;  $\dot{U}_{o1}$ 、 $\dot{U}_{o2}$  分别为探头 1、探头 2 输出电压相量;  $\dot{U}_i$  为待测电压相量计算值。其中,“传感”技术利用探头获取目标导线的待测电压信号,并利用探头输出电压相量逆向计算待测电压相量,现有电压“传感”方法多针对稳态工频正弦电压,用于多成分电压的测量时效果不佳。文中针对多成分复杂电压的非接触式“测量”方法展开研究,目标是利用探头二次侧输出电压的采样值计算一次侧绝缘导线内的电压相量。

### 1.1 非接触式电压探头

图 1 中的电压探头接入采样电路后,其等效电

路如图 2 所示。

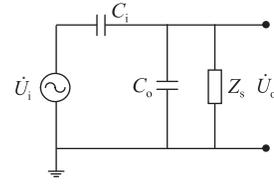


图 2 等效电路

Fig.2 Equivalent circuit

图 2 中,  $\dot{U}_o$  为探头输出电压相量;  $C_i$  为探头与待测导线之间的电容;  $C_o$  为探头对地电容;  $Z_s$  为采样电路的输入阻抗。其传变特性可用式(1)所示传递函数表示。

$$H(f) = \frac{\dot{U}_o(f)}{\dot{U}_i(f)} = \frac{Z_s Z_o(f)}{Z_s Z_i(f) + Z_s Z_o(f) + Z_i(f) Z_o(f)} \quad (1)$$

式中:  $f$  为信号频率;  $H(f)$  为探头的传递函数;  $\dot{U}_o(f)$  为探头输出电压相量;  $\dot{U}_i(f)$  为探头输入电压相量;  $Z_i(f)$  为电容  $C_i$  的阻抗;  $Z_o(f)$  为电容  $C_o$  的阻抗。

图 2 电路的典型幅值增益曲线如图 3 所示,典型相频特性曲线如图 4 所示。

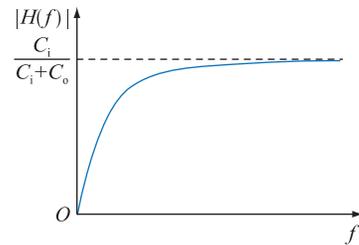


图 3 非接触式电压探头幅值增益曲线

Fig.3 Amplitude-frequency characteristic curve of non-contact voltage probes

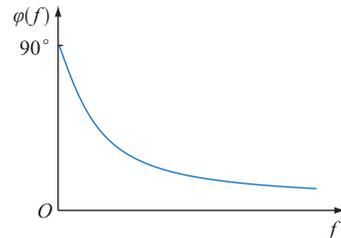


图 4 非接触式电压探头相频特性曲线

Fig.4 Phase-frequency characteristic curve of non-contact voltage probes

图 4 中  $\varphi(f)$  为  $H(f)$  的相角,可以看出,待测电压中的不同频率成分经电压探头传变后,幅值与相角产生的变化是不同的。

### 1.2 多成分信号分析

实际电力系统中电压信号通常包含多个频率

分量,如式(2)所示。

$$s(t) = \sum_{i=1}^{M_{in}} A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) + \mu(t) \quad (2)$$

式中: $t$ 为时间; $s(t)$ 为待测信号; $\mu(t)$ 为噪声; $M_{in}$ 为信号成分总数; $f_i$ 为第*i*个分量的频率; $A_i$ 为第*i*个分量的幅值; $\varphi_i$ 为第*i*个分量的相位;第*i*个分量的相量为 $\dot{R}_i = A_i \angle \varphi_i$ 。

根据 GB/T 26862—2011《电力系统同步相量测量装置检测规范》(下称《规范》),同步相量测量装置须准确测量出 45~55 Hz 范围内所有成分的合成相量,如图 5 所示。

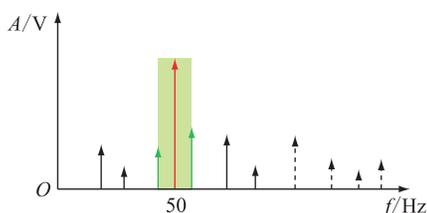


图 5 多成分电压频谱

Fig.5 Spectrum of multicomponent voltage

图 5 中,红色表示基频分量,绿色区域为测量频带(45~55 Hz),测量频带内的成分(绿色)为带内信号,测量频带之外的成分为带外信号(黑色)。根据低通滤波器的截止频率,又可将其分为低频带外信号(实线)和高频带外信号(虚线)。

如图 6 所示,以最简单情况(基频分量+一个带内信号)为例,阐述多频成分经过电压探头后的问题。

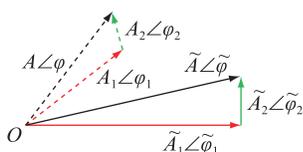


图 6 电压探头传变示意

Fig.6 Schematic diagram of voltage probe transmission

图 6 中,实线表示一次侧真实待测电压相量,红色为基频分量,绿色为带内信号,黑色为合成相量;虚线表示经过非接触式电压探头传变后的二次侧电压相量。若采用传统相量测量算法,直接计算二次侧的合成电压相量 $\dot{R} = A \angle \varphi$ ,无法逆向计算出 $\tilde{R} = \tilde{A} \angle \tilde{\varphi}$ 。为计算出二次侧基频相量 $\dot{R}_1 = A_1 \angle \varphi_1$ 和 $\dot{R}_2 = A_2 \angle \varphi_2$ ,采用电压“传感”技术逆向计算出一次侧相量 $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_1 \angle \tilde{\varphi}_1$ 和 $\tilde{R}_2 = \tilde{A}_2 \angle \tilde{\varphi}_2$ ,最后合成得到综合相量测量结果 $\tilde{R} = \tilde{A} \angle \tilde{\varphi}$ 。

## 2 非接触式电压相量测量算法

### 2.1 非接触式电压测量总体框架

从上述分析可知,实际电力系统电压中的多频成分会对非接触式电压相量测量造成影响,所以提出一种分频计算的相量测量算法,整体框架见图 7。

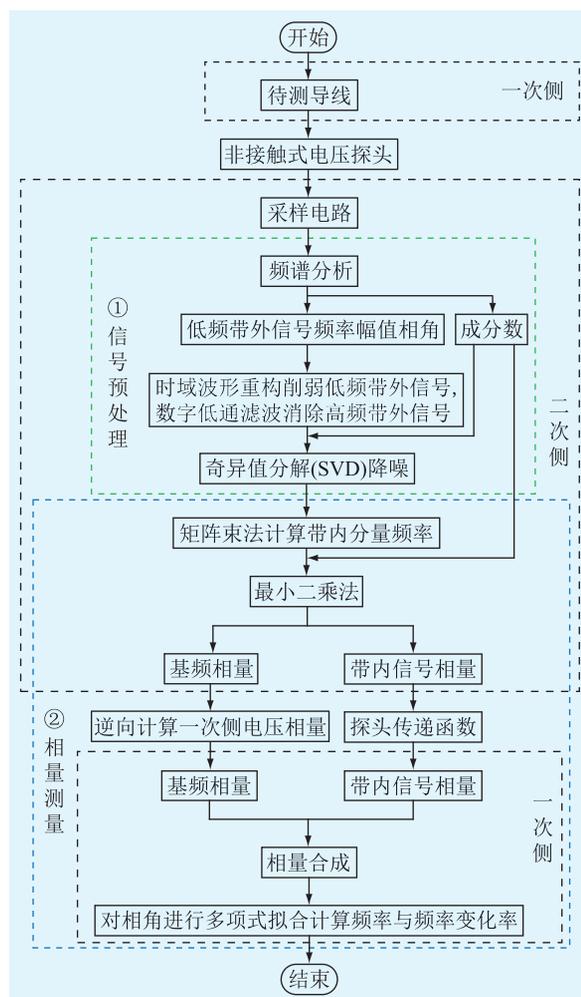


图 7 非接触式电压相量测量方法框架

Fig.7 Framework of non-contact voltage phasor measurement method

所提算法分为 2 个步骤。(1) 信号预处理:首先进行频谱分析得到信号的成分数,以及低频带外信号的频率、幅值、相角;然后利用这些频域参数预测重构出相量计算窗内的瞬时值,以此滤除低频带外信号,并采用低通滤波窗函数滤除高频信号;最后采用 SVD 进行降噪。(2) 相量测量:首先采用矩阵束法得到每一个带内信号的频率,进而构建最小二乘方程,计算出基频相量与其余带内信号相量;然后采用电压“传感”方法逆向计算一次侧电压的基频相量,以及探头的传递函数,利用传递函数的增益与相移来还原一次电压中的带内信号;最后对一次侧相量进行相量合成,即得到导线电压相量,

并对相角进行多项式拟合计算频率与频率变化率。

## 2.2 带内信号提取

根据 1.2 节分析可知,对于实际电力系统中的多成分信号,在进行相量测量之前,应当先消除带外信号,即图 5 中的黑色成分。传统的带通滤波器难以在短时窗(低阶数)的情况下达到较好的性能,故文中提出一种基于波形重构的时域滤波方法,结合低阶数的低通滤波器来消除带外信号,即带内信号提取,如图 8 所示。

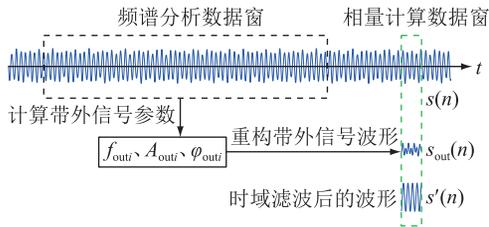


图 8 时域滤波方法示意

Fig.8 Schematic diagram of the filtering method in time-domain

图 8 中,首先对探头输出电压  $u_{o1,2}$  的原始采样值  $s(n)$  进行频谱分析<sup>[29]</sup>,获得测量频带内的信号数量  $M_{in}$ ,并计算出低频带外信号的频率  $f_{outi}$ 、幅值  $A_{outi}$  与相角  $\varphi_{outi}$ ,进而重构出低频带外信号在相量计算数据窗内的时域值  $s_{out}(n)$ ,如式(3)所示。

$$s_{out}(n) = \sum_{i=1}^{M_{in}} A_{outi} \cos(2\pi f_{outi} n T_s + \varphi_{outi}) \quad (3)$$

式中:  $T_s$  为采样时间间隔;  $n$  为采样点数目。

利用初始采样值  $s(n)$  减去带外信号时域值  $s_{out}(n)$  以消除低频带外信号,如式(4)所示。

$$s'(n) = s(n) - s_{out}(n) \quad (4)$$

式中:  $s'(n)$  为时域滤波后的时域值。

由式(4)可知,频谱分析结果与相量测量数据窗存在一定的时间差,带外信号能够被大幅削弱,但无法被彻底滤除,仍存在微量的残留。

最后采用低通滤波器滤除高频带外信号,即:

$$x'(n) = s'(n) * h(n) \quad (5)$$

式中:  $x'(n)$  为低通滤波的结果;  $h(n)$  为低通滤波器系数。当前数字滤波器设计已较为成熟,不作赘述。

## 2.3 信号降噪

低通滤波器无法滤除其通带内的噪声与残留的低频带外信号,这些干扰成分将影响后续频率与相量计算精度。文中采用 SVD 方法进一步滤除低通滤波器通带内的干扰信号。根据欧拉公式,余弦函数可以拆分为 2 个自然对数的复数幂之和,且已通过频谱分析获得信号数量  $M_{in}$ ,所以将式(2)转化为信号模型,如式(6)所示。

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{i=1}^{M_{in}} A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) + \mu(t) = \\ &= \sum_{i=1}^{M_{in}} A_i \frac{1}{2} [e^{j(2\pi f_i t + \varphi_i)} + e^{-j(2\pi f_i t + \varphi_i)}] + \mu(t) = \\ &= \sum_{i=1}^p \frac{1}{2} A_i e^{j\varphi_i} e^{j2\pi f_i t} + \mu(t) = \sum_{i=1}^p \frac{1}{2} \dot{R}_i z_i^t + \mu(t) \end{aligned} \quad (6)$$

式中:  $p=2M_{in}$  为幂指数的数量;  $z_i^t = e^{j2\pi f_i t}$ , 包含第  $i$  个成分频率信息的  $t$  次幂。

为进行 SVD 降噪,需要将一维时间序列  $x'(n)$  映射到高维空间,如式(7)所示。

$$\mathbf{X}' = \begin{bmatrix} x'(0) & x'(1) & \cdots & x'(C-1) \\ x'(1) & x'(2) & \cdots & x'(C) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x'(L-1) & x'(L) & \cdots & x'(N-1) \end{bmatrix}_{L \times C} \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{X}'$  为时间序列  $x'(n)$  构建的 Hankel 矩阵;  $L$  为矩阵行数;  $C$  为矩阵列数;  $N$  为相量计算数据窗内的采样点数。合适的行列数有助于消除噪声。

SVD 过程如式(8)所示,将复杂矩阵  $\mathbf{X}'$  表示为 3 个简单矩阵的乘积。

$$\mathbf{X}' = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \cdots, \mathbf{u}_L)$ , 其列向量为矩阵  $\mathbf{X}'$  的左奇异向量;  $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \cdots, \mathbf{v}_C)$ , 其列向量为矩阵  $\mathbf{X}'$  的右奇异向量;  $\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i$  为多维空间中的一组正交基向量;  $\mathbf{S}$  为  $L \times C$  的对角阵,  $\mathbf{S}$  主对角线上前  $p$  个元素为矩阵  $\mathbf{X}'$  的有效奇异值  $\sigma_i (1 \leq i \leq p)$ , 之后的元素  $\varepsilon_i (p < i \leq C)$  为无效奇异值,如式(9)所示。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_p & \varepsilon_i \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{L \times C} \quad (9)$$

上述过程将信号中的每个分量根据频率分解至相互正交的方向上。若信号不含噪声,奇异值仅有  $p$  个,对应于式(9)中的  $p$  个分量,即  $\sigma_i \neq 0 (i = 1, 2, \cdots, p)$ ,  $\varepsilon_i = 0 (p < i \leq C)$ 。此时,  $\mathbf{X}'$  可由矩阵  $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{S}$  和  $\mathbf{V}$  的前  $p$  列表示,如式(10)所示。

$$\mathbf{X}' = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T + \cdots + \sigma_p \mathbf{u}_p \mathbf{v}_p^T \quad (10)$$

如果信号中含有噪声,则  $\varepsilon_i > 0 (p < i \leq C)$ , 式(10)变为式(11)。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &= \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T = \\ &= \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T + \cdots + \sigma_p \mathbf{u}_p \mathbf{v}_p^T + \sum_{p < i \leq C} \varepsilon_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \approx \\ &= \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T + \cdots + \sigma_p \mathbf{u}_p \mathbf{v}_p^T = \mathbf{X} \end{aligned} \quad (11)$$

式中： $\varepsilon_i$ 对应的成分即为噪声分量与残留的低频带内信号，将其忽略可实现降噪； $\mathbf{X}$ 为前  $p$  项之和，是经 SVD 降噪后的 Hankel 矩阵。

### 2.4 带内信号频率估计

经过上述过程，带外信号与噪声均被大幅削弱，为进行非接触式电压测量，带内信号的频率至关重要，文中采用矩阵束法计算。矩阵束法与平面几何中的直线束类似，采用 2 个 Hankel 矩阵  $\mathbf{X}_1$  和  $\mathbf{X}_2$  构建矩阵束，如式(12)所示。

$$\mathbf{Q}(\lambda) = \mathbf{X}_1 - \lambda \mathbf{X}_2 \quad (12)$$

式中： $\mathbf{X}_1$ 为  $\mathbf{X}$  的前  $C-1$  列； $\mathbf{X}_2$ 为  $\mathbf{X}$  的后  $C-1$  列； $\lambda$  为参数。

矩阵束  $\mathbf{Q}(\lambda)$  的广义特征值等于式(13)中转移矩阵  $\mathbf{G}$  的特征值  $\delta_{G_i}$ ，同时等于式(6)中幂指数的底，即  $z_i = \delta_{G_i} (i \leq p)$ ， $\delta_{G_i}$ 为矩阵  $\mathbf{G}$  的第  $i$  个特征值，详细证明过程见文献[30]。

$$\mathbf{G} = \mathbf{X}_1^+ \mathbf{X}_2 \quad (13)$$

式中： $\mathbf{X}_1^+$ 为  $\mathbf{X}_1$  的广义逆矩阵。

式(13)可以直观地理解为：信号在频率  $f$  的作用下，经过一个采样时间间隔  $T_s$ ，由  $\mathbf{X}_1$  变换为  $\mathbf{X}_2$ ，这个过程可用矩阵描述为  $\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_1 \mathbf{G}$ ，其中转移矩阵  $\mathbf{G}$  包含了信号的频率信息，可通过其特征值求解带内信号频率，如式(14)所示。

$$f_i = \left| \operatorname{Im} \left( \frac{\ln(\delta_{G_i})}{2\pi T_s} \right) \right| \quad (14)$$

### 2.5 相量计算

信号模型中幂指数的底数  $z_i$  已由矩阵束法求得，便可构建最小二乘矩阵方程，如式(15)所示。

$$\begin{bmatrix} x(-K) \\ \vdots \\ x(0) \\ \vdots \\ x(K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^{-K} & \cdots & z_i^{-K} & \cdots & z_p^{-K} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ z_1^0 & \cdots & z_i^0 & \cdots & z_p^0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ z_1^K & \cdots & z_i^K & \cdots & z_p^K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{R}_1/2 \\ \vdots \\ \dot{R}_i/2 \\ \vdots \\ \dot{R}_p/2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中： $x(n) (n = -K, 1-K, \dots, K)$  为式(11)中矩阵  $\mathbf{X}$  内的时域值， $K = (N-1)/2$ 。

选择式(15)计算结果中的基频相量，采用电压“传感”方法进行逆向计算，可获得一次侧电压基频相量，将其代入图 2 电路即可计算出电压探头的内层电容  $C_i$ ，进而计算出传递函数  $H(f)$ 。将式(14)计算出的带内信号频率  $f_i$  代入  $H(f)$  即可获得其幅值增益与相移，将带内信号逐一还原至一次侧，如式(16)所示。

$$\begin{cases} \tilde{A}_i = A_i / |H(f_i)| \\ \tilde{\varphi}_i = \varphi_i - \arg(H(f_i)) \end{cases} \quad (16)$$

式中： $\tilde{A}_i$ 为探头一次侧第  $i$  个带内信号幅值； $\tilde{\varphi}_i$ 为一次侧第  $i$  个带内信号相位。

最后将一次侧的基频相量与带内信号相量合成得到综合相量，如式(17)所示。

$$\tilde{R} = \sum_{i=1}^{M_{in}} \tilde{R}_i \quad (17)$$

式中： $\tilde{R} = \tilde{A} \angle \tilde{\varphi}$ 为待测导线电压相量的最终计算结果； $\tilde{R}_i = \tilde{A}_i \angle \tilde{\varphi}_i$ 为一次侧第  $i$  个带内信号相量。

### 2.6 频率与频率变化率计算

为计算电压频率与频率变化率，将相位  $\tilde{\varphi}$  进行泰勒展开并截断为时间的二次多项式，见式(18)。

$$\tilde{\varphi}(t) = a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \quad (18)$$

式中： $a_2, a_1, a_0$ 为多项式系数。

角频率为相位的导数，如式(19)所示。

$$\tilde{\omega}(t) = 2\pi \tilde{f}(t) = \frac{d\tilde{\varphi}(t)}{dt} = 2a_2 t + a_1 \quad (19)$$

式中： $\tilde{\omega}(t)$ 为角频率； $\tilde{f}(t)$ 为频率。

频率变化率  $\tilde{\gamma}$  为频率的导数，如式(20)所示。

$$\tilde{\gamma} = \frac{d\tilde{f}(t)}{dt} = \frac{a_2}{\pi} \quad (20)$$

为求解多项式系数，选取前后 5 个相位测量值进行拟合，如式(21)所示。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_{-2} \\ \tilde{\varphi}_{-1} \\ \tilde{\varphi}_0 \\ \tilde{\varphi}_1 \\ \tilde{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2T_c & 4T_c^2 \\ 1 & -T_c & T_c^2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & T_c & T_c^2 \\ 1 & 2T_c & 4T_c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中： $f_c$ 为相量计算频率； $T_c = 1/f_c$ ，为相量计算间隔。

解得  $a_2, a_1, a_0$  后，将其代入式(19)和式(20)可得导线电压频率计算值与频率变化率的计算值。

## 3 仿真分析

为验证所提算法的正确性，在 Matlab 中进行仿真，算法参数设置如下：基频分量额定幅值  $U_n = 57.73$  V；额定频率  $f_n = 50$  Hz；采样率  $f_s = 10\,000$  Hz；采样间隔  $T_s = 0.1$  ms；频谱分析时间窗为 1 s；计算频率为 1 Hz；相量计算时间窗  $T = 20$  ms； $N = 201$ ； $L = 144$ ； $C = 57$ ； $f_c = 100$  Hz；低通滤波器采用窗函数设计

法,截止频率为 100 Hz。此外,文中的测试信号中均人为添加 72 dB 高斯白噪声以模拟 12 位模数转换器造成的影响。

### 3.1 算法精度测试(不含电压探头)

排除电压探头的影响,仅对算法本身进行测试,参照《规范》。

(1) 稳态测试:仅包含单一成分,其频率、幅值、初始相位均为额定值。

(2) 频率偏移测试:信号频率与额定频率存在一定偏差,但仍为恒定值,偏差小于 $\pm 5$  Hz。

(3) 谐波干扰测试:在稳态测试的基础上添加总谐波畸变率为 10% 的 2 次至 25 次谐波分量。

(4) 带外信号干扰测试:在稳态测试基础上添加幅值为 10% $U_n$ 、频率为 100~150 Hz 的带外信号。

(5) 幅值调制测试:基频信号幅值随时间正弦变化,调制深度为 10% $U_n$ ,调制频率为 5 Hz。

(6) 相量调制测试:基频信号的幅值、相位均随时间正弦变化,幅值调制深度 10% $U_n$ ,相位调制深度为  $5.7^\circ$  (0.1 rad),调制频率为 5 Hz。

(7) 频率斜坡测试:基频信号频率从 45 Hz 匀速变化至 55 Hz,频率变化率为 1 Hz/s。

其中,幅值、相位、频率与频率变化率误差计算过程如式(22)所示。

$$\begin{cases} E_A = (A_c - A_t) / A_t \times 100\% \\ E_\varphi = \varphi_c - \varphi_t \\ E_f = f_c - f_t \\ E_\gamma = \gamma_c - \gamma_t \end{cases} \quad (22)$$

式中: $E_A$  为幅值误差; $E_\varphi$  为相位误差; $E_f$  为频率误差; $E_\gamma$  为频率变化率误差; $A_c$  为幅值计算值; $A_t$  为幅值真实值; $\varphi_c$  为相位计算值; $\varphi_t$  为相位真实值; $f_c$  为频率计算值; $f_t$  为频率真实值; $\gamma_c$  为频率变化率计算值; $\gamma_t$  为频率变化率真实值。

各项测试的误差取最大值记录于表 1。

表 1 仿真结果

测试项目	$E_A/\%$	$E_\varphi/(\circ)$	$E_f/\text{mHz}$	$E_\gamma/(\text{Hz}\cdot\text{s}^{-1})$
稳态信号	$8.69 \times 10^{-5}$	$5.73 \times 10^{-5}$	0.010 4	0.001
频率偏移	$7.55 \times 10^{-5}$	$5.45 \times 10^{-5}$	0.011 2	0.001
谐波干扰	0.005 71	0.047 6	0.9	0.083
带外干扰	0.042 9	0.046 3	9.8	0.992
幅值调制	0.091	0.108	21.7	0.086
相量调制	0.131	0.138	27.4	0.971
频率斜坡	0.171	0.004 22	0.282	0.005

由表 1 可以看出,所提算法各项指标精度均满足《规范》要求。

### 3.2 多成分信号测试(含电压探头)

为了验证所提方法的有效性,使用 Simulink 软件模拟电压探头,电路如图 9 所示。

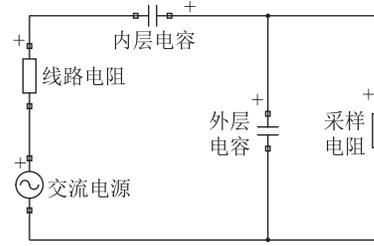


图 9 仿真电路

Fig.9 Simulation circuit

图 9 中元件参数如表 2 所示。

表 2 元件参数

元件参数	1号探头数值	2号探头数值
内层电容/pF	600	300
外层电容/pF	600	300
线路电阻/ $\Omega$	0.1	0.1
采样电阻/M $\Omega$	1	1

电源电压中含有多个频率分量,具体如表 3 所示。其中,成分 3—成分 6 须滤除,相量测量目标为一次侧电压中成分 1 和成分 2 的合成相量。

表 3 电压信号成分参数

成分	频率 $f_i/\text{Hz}$	幅值 $A_i/\text{V}$	初相位 $\varphi_i/(\circ)$
基频分量 1	50.0	100	-90
带内信号 2	47.0	10	-60
带外信号 3	23.3	10	-30
带外信号 4	86.7	10	-60
带外信号 5	100.0	10	-135
带外信号 6	150.0	10	120

仿真得到 2 个探头输出电压  $u_{o1}(t)$ 、 $u_{o2}(t)$  的波形如图 10 所示。对图 10 中 1 号探头输出电压进行预处理,其频谱如图 11 所示。

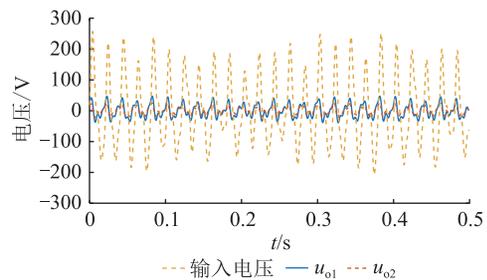


图 10 电压探头输出电压波形

Fig.10 Waveforms of the probe's output voltage

由图 11 可以看出,探头输出电压中含有 6 个成

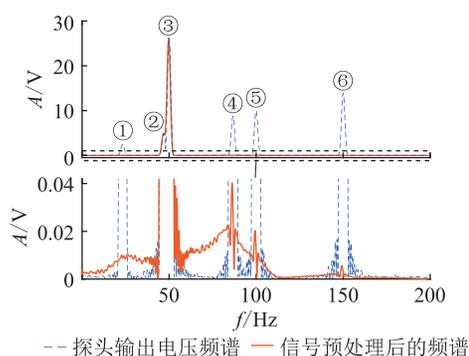


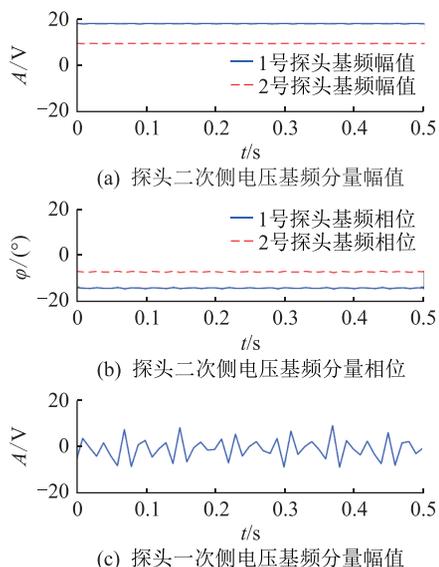
图 11 1号探头输出电压频谱

Fig.11 Spectrum of the 1st probe output voltage

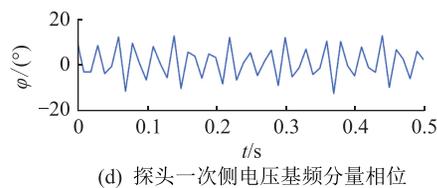
分,其频率与表 3 相同,但各频率成分经探头传变后的幅值存在差异,体现了如图 3 所示的高通特性。可以看出,由探头输出电压经过预处理后的频谱成分 1 和成分 2 的频谱未受影响,放大图像的纵轴观察到,成分 3—成分 6 在所提时域滤波算法的作用下,滤波残留小于 0.04 V。其中成分 6 处于低通滤波器阻带内,滤除效果最好;成分 3 频率低,经探头传变后初始幅值小,故最终残留较小;成分 5 处于低通滤波器过渡带,残留稍大;成分 4 处于滤波器通带内,仅受时域滤波作用,残留最大。

采用 SVD 进一步滤除噪声和残留带外信号后,可计算出 2 个探头输出电压中基频分量的幅值、相位,如图 12(a)和(b)所示。对比表 3 中的基频分量真实值可以看出,经电压探头传变后,幅值减小,相位超前。采用电压“传感”方法可逆向计算出一次侧基频分量的幅值、相位,如图 12(c)和(d)所示,其幅值误差小于 2%,相位误差小于 0.7°。

将基频分量相量变化结合图 2 计算出传递函数  $H(f)$ ,代入带内信号频率计算值,可以得到电压探头对带内信号的增益与相移,如图 13 所示。



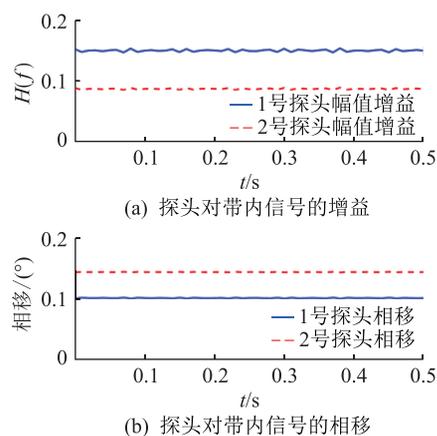
(c) 探头一次侧电压基频分量幅值



(d) 探头一次侧电压基频分量相位

图 12 一次、二次侧基频相量测量结果

Fig.12 Primary and secondary fundamental phasor measurement results

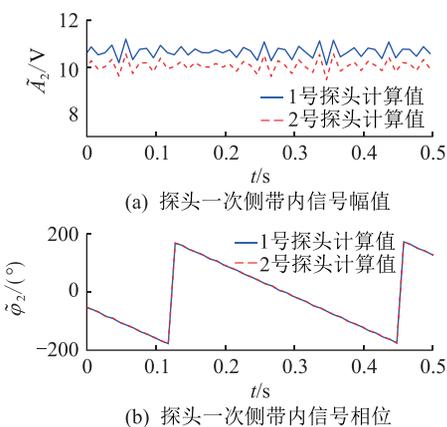


(b) 探头对带内信号的相移

图 13 探头对带内信号传变特性

Fig.13 Probes' transmission characteristics for the in-band signal

利用探头的传变特性将二次侧带内信号相量  $\tilde{R}_2$  还原至一次侧  $\tilde{R}_1$ ,计算结果如图 14 所示。



(a) 探头一次侧带内信号幅值

(b) 探头一次侧带内信号相位

图 14 一次侧带内信号相量计算结果

Fig.14 Primary in-band signal phasor calculated results

将图 12 中基频分量与图 14 中带内信号进行相量合成得到电压综合相量计算结果,如图 15—图 18 所示。

传统相量测量算法直接计算探头二次侧电压综合相量,再采用电压“传感”方法还原一次侧综合相量,由于探头对各频率成分的增益与相移不同,导致综合相量整体还原至一次侧的计算结果错误。而文中所提方法将带内信号逐一还原至一次侧后合成综合相量,计算值围绕真实值上下波动,幅值

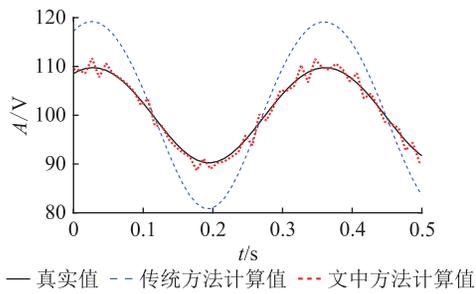


图 15 电压幅值计算值

Fig.15 Voltage amplitude calculated values

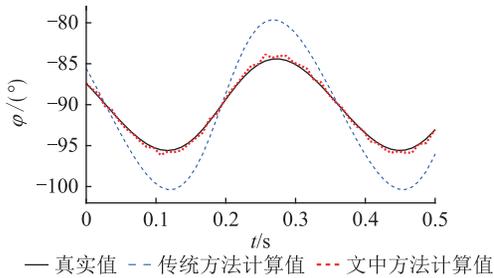


图 16 电压相位计算值

Fig.16 Voltage phase calculated values

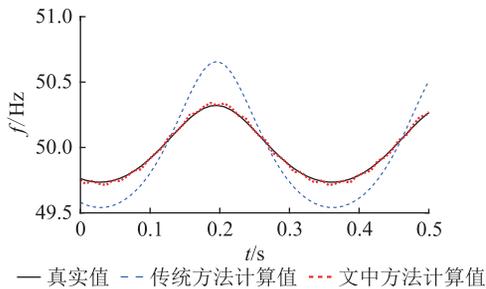


图 17 电压频率计算值

Fig.17 Voltage frequency calculated values

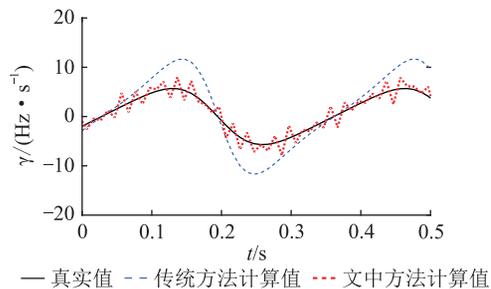


图 18 电压频率变化率计算值

Fig.18 Change rate of voltage frequency calculated values

相对误差小于 $\pm 3\%$ ,相位误差小于 $\pm 1^\circ$ ,频率误差小于 $\pm 0.03$  Hz,频率变化率误差小于 $\pm 3$  Hz/s,计算结果明显优于传统方法。

#### 4 实验测试

为验证所提算法的可行性,搭建了实验平台进行验证,如图 19 所示。

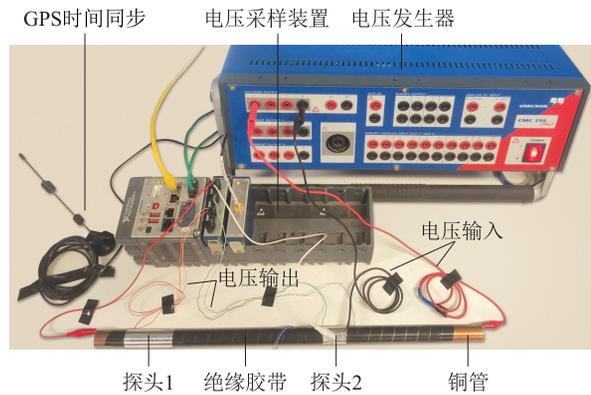


图 19 实验平台

Fig.19 Experiment platform

用电压发生器生成一个多成分电压信号加在圆柱形铜管上,其成分如表 4 所示。

表 4 电压信号成分参数

Table 4 Parameters of voltage signal components

成分	频率 $f_i$ /Hz	幅值 $A_i$ /V	初相位 $\varphi_i$ /( $^\circ$ )
基频分量 1	50.0	5.0	-90
带内信号 2	47.0	0.5	-60
低频带外信号 3	23.3	0.5	-30
低频带外信号 4	86.7	0.5	-60
高频带外信号 5	100.0	0.5	-135
高频带外信号 6	150.0	0.5	120

在圆柱型铜管外层缠绕绝缘胶带以模拟绝缘导线,对 2 个探头的输出电压进行同步采样。电压发生器为 Omicron CMC 256 plus,电压采集装置为 NI Compact-RIO 9039,电压采集板卡为 NI 9239,量程 10 V,输入电阻为 1 M $\Omega$ ,线路电阻约为 0。2 个探头外层电容值由电容表测量得到,参数见表 5。

表 5 实验装置参数

Table 5 Parameters of experiment equipment

参数	1号探头数值	2号探头数值
外层电容测量值/pF	509.1	240.4
采样电路输入电阻/M $\Omega$	1	1

输入电压和 2 个探头的输出电压的采样波形如图 20 所示。

将文中所提相量测量算法与现有电压传感方法结合,对多成分电压进行非接触式相量测量,其幅值、相位、频率与频率变化率测量值如图 21—图 24 所示。

本次实验结果表明,采用文中所提相量测量算法结合现有非接触式电压传感技术,能够利用探头二次侧输出电压采样值计算一次侧输入电压相量。在实验室条件下,对于表 4 中的多成分电压信号,其

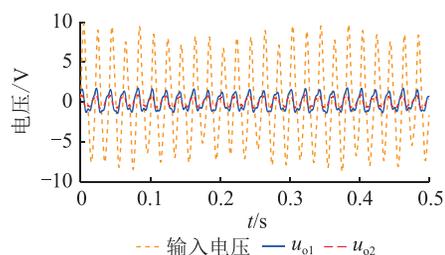


图20 待测电压与探头输出电压波形  
Fig.20 Waveforms of the target voltage and the probe output voltages

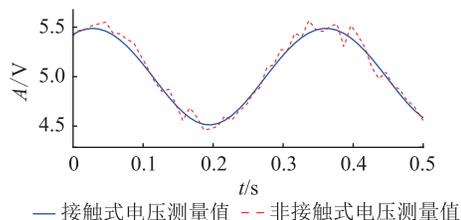


图21 电压幅值测量值  
Fig.21 Voltage amplitude measurement values

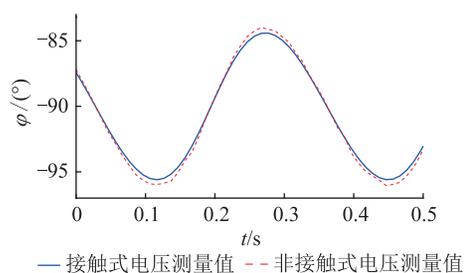


图22 电压相位测量值  
Fig.22 Voltage phase measurement values

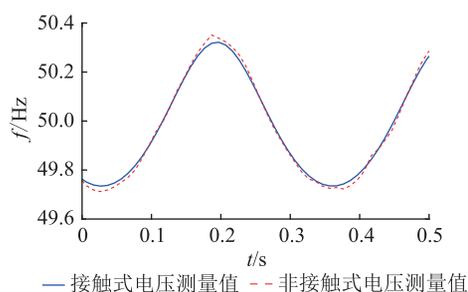


图23 电压频率测量值  
Fig.23 Voltage frequency measurement values

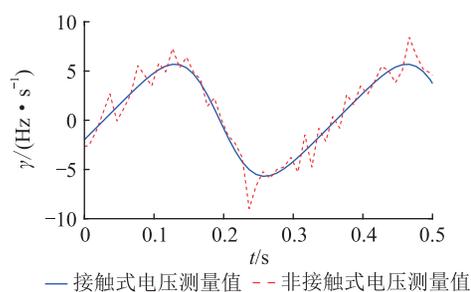


图24 电压频率变化率测量值  
Fig.24 Change rate of voltage frequency measurement values

幅值测量误差小于 $\pm 4.5\%$ ,相位误差小于 $\pm 1^\circ$ ,频率误差小于 $\pm 0.04$  Hz,频率变化率误差小于 $\pm 4$  Hz/s。

## 5 结语

文中通过分析电容分压式非接触式电压探头的等效电路与传变特性,揭示了多成分电压经过探头的畸变规律。针对多成分电压信号,提出了一种将带内信号逐一计算的非接触式电压相量测量方法。仿真与实验结果表明,所提方法能够利用探头二次侧输出电压采样值计算一次侧导线电压的综合相量。相较于计算二次侧电压相量再整体还原至一次侧的方法,所提方法的测量精度有显著提高。

### 参考文献:

- [1] MOUSAVIZADEH S, ALAHYARI A, GHODSINYA S R M, et al. Incorporating microgrids coupling with utilization of flexible switching to enhance self-healing ability of electric distribution systems[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2021,6(1):1-11.
- [2] PEGORARO P A, BRADY K, CASTELLO P, et al. Compensation of systematic measurement errors in a PMU-based monitoring system for electric distribution grids[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 68(10): 3871-3882.
- [3] ZARGAR B, ANGIONI A, PONCI F, et al. Multiarea parallel data-driven three-phase distribution system state estimation using synchrophasor measurements[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(9): 6186-6202.
- [4] LI Z X, WAN J L, WANG P F, et al. A novel fault section locating method based on distance matching degree in distribution network[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2021,6(1):1-11.
- [5] REZA M, RAHMAN H A. Non-invasive voltage measurement technique for low voltage AC lines[C]//2021 IEEE 4th International Conference on Electronics Technology (ICET). Chengdu, China. IEEE, 2021: 143-148.
- [6] MARTINS A V, BACURAU R M, DOS SANTOS A D, et al. Nonintrusive energy meter for nontechnical losses identification [J]. IEEE Transactionson Instrumentation and Measurement, 2020,69(4): 1140-1147.
- [7] BALSAMO D, PORCARELLI D, BENINI L, et al. A new non-invasive voltage measurement method for wireless analysis of electrical parameters and power quality[C]//SENSORS, 2013 IEEE. Baltimore, MD, USA. IEEE, 2013: 1-4.
- [8] PHADKE A G, THORP J S. Synchronized phasor measurements and their applications[M]. Boston, MA: Springer US, 2008.
- [9] MACII D, PETRI D, ZORAT A. Accuracy analysis and enhancement of DFT-based synchrophasor estimators in off-nominal conditions[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(10): 2653-2664.
- [10] KAMWA I, PRADHAN A K, JOOS G. Adaptive phasor and

- frequency-tracking schemes for wide-area protection and control[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2011, 26(2): 744-753.
- [11] DUDA K, ZIELINSKI T P, BIENA, et al. Harmonic phasor estimation with flat-top FIR filter[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(5): 2039-2047.
- [12] BELEGA D, PETRI D. Accuracy analysis of the multicycle synchrophasor estimator provided by the interpolated DFT algorithm[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(5): 942-953.
- [13] ROMANO P, PAOLONE M. Enhanced interpolated-DFT for synchrophasor estimation in FPGAs: theory, implementation, and validation of a PMU prototype[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2014, 63(12): 2824-2836.
- [14] DERVIŠKADIC A, ROMANO P, PAOLONE M. Iterative-interpolated DFT for synchrophasor estimation: a single algorithm for P-and M-class compliant PMUs[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2018, 67(3): 547-558.
- [15] 毕天姝, 刘灏, 杨奇逊. PMU 算法动态性能及其测试系统[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(1): 62-67.  
BI Tianshu, LIU Hao, YANG Qixun. Dynamic performance of PMU algorithm and its testing system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(1): 62-67.
- [16] XU S, LIU H, BI T, et al. A high-accuracy phasor estimation algorithm for PMU calibration and its hardware implementation[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(4): 3372-3383.
- [17] RADULOVIC M, ZECEVIC Z, KRSTAJIC B. Dynamic phasor estimation by symmetric Taylor weighted least square filter[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2020, 35(2): 828-836.
- [18] FU L, XIONG S Y, PAN C Y, et al. A multiple frequency Taylor model-based dynamic synchrophasor estimation algorithm[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(6): 6870-6882.
- [19] NANDA S, DASH P K. A Gauss-Newton ADALINE for dynamic phasor estimation of power signals and its FPGA implementation[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2018, 67(1): 45-56.
- [20] 黄纯, 刘洁波, 江亚群, 等. 考虑衰减直流分量的动态相量强跟踪测量算法[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(11): 136-142.  
HUANG Chun, LIU Jiebo, JIANG Yaqun, et al. Strong tracking filter algorithm for dynamic phasor measurement considering decaying DC component[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(11): 136-142.
- [21] FERRERO R, PEGORARO P A, TOSCANI S. Dynamic synchrophasor estimation by extended Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(7): 4818-4826.
- [22] CHOQUEUSE V, BELOUCHRANI A, AUGER F, et al. Frequency and phasor estimations in three-phase systems: maximum likelihood algorithms and theoretical performance[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(3): 3248-3258.
- [23] DE LA O SERNA J A. Synchrophasor estimation using prony's method[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(8): 2119-2128.
- [24] TOSCANI S, MUSCAS C, PEGORARO P A. Design and performance prediction of space vector-based PMU algorithms[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2017, 66(3): 394-404.
- [25] BERTOCCO M, FRIGO G, NARDUZZI C, et al. Compressive sensing of a Taylor-Fourier multifrequency model for synchrophasor estimation[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(12): 3274-3283.
- [26] KARIMI-GHARTEMANI M, OOI B T, BAKHSHAI A. Application of enhanced phase-locked loop system to the computation of synchrophasors[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2011, 26(1): 22-32.
- [27] CHAUHAN K, REDDY M V, SODHI R. A novel distribution-level phasor estimation algorithm using empirical wavelet transform[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(10): 7984-7995.
- [28] BANERJEE P, SRIVASTAVA S C. A subspace-based dynamic phasor estimator for synchrophasor application[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(9): 2436-2445.
- [29] LI J X, LIU H, BI T S, et al. A spectral line curve fitting based algorithm for inter-harmonics measurement[C]//2018 IEEE 2nd International Electrical and Energy Conference (CIEEC). Beijing, China. IEEE, 2019: 100-104.
- [30] 王宇静, 于继来. 电力系统振荡模态的矩阵束辨识法[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(19): 12-17.  
WANG Yujing, YU Jilai. Matrix pencil method of oscillation modes identification in power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(19): 12-17.

#### 作者简介:



李嘉贤

李嘉贤(1994),男,博士在读,研究方向为非接触式传感与同步相量测量技术(E-mail: 120192101032@ncepu.edu.cn);

刘灏(1985),男,博士,副教授,研究方向为电力系统广域同步测量技术及其应用;

毕天姝(1973),女,博士,教授,研究方向为电力系统广域同步测量技术及其应用。

## Non-contact measurement method for voltage phasor

LI Jiaxian, LIU Hao, BI Tianshu

(State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources

(North China Electric Power University), Beijing 102206, China)

**Abstract:** The synchronous phasor measurement technology offers data for dynamic security monitoring in power systems. The non-contact voltage sensing technology has the advantages of safety, convenience and low cost, which is helpful for massive distribution of measurement devices. The defect of the existing non-contact voltage measurement technology is that the voltage probe may cause voltage distortion, and it is difficult to figure out the primary voltage phasor. In order to solve the problem of voltage distortion, the distortion law of voltage is revealed by analyzing the non-contact probe's equivalent circuit and transmission characteristic, and a phasor measurement algorithm for each in-band signal is proposed. Signal pre-processing is used to filter the out-of-band signals and noise first; The matrix pencil method is used to calculate the in-band signal's frequencies, which is used to build signal model, then the in-band signal phasors are figured out by fitting in time-domain; Lastly, the secondary phasors are restored to obtain the primary in-band signal phasors and synthetic phasor. The simulation results show that the proposed method can figure out the primary voltage phasor by using the sample of the probe output voltage. Experiment data show that the amplitude measurement error is less than 4.5%, the phase error is less than  $1^\circ$ , the frequency error is less than 0.04 Hz, and the frequency change rate error is less than 4 Hz/s.

**Keywords:** synchronous phasor measurement algorithm; non-contact voltage measurement; capacitive coupling voltage probe; measurement band extraction; matrix pencil method; least square method

(编辑 吴昊)

(上接第 156 页)

## An optimization strategy for voltage regulation of three-phase PWM rectifier based on two-degree-of-freedom PID

SHI Rongliang, LIU Weisha, WANG Guobin, LAN Caihua, XU Muyuan

(College of Mechanical and Control Engineering, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** The VSR-VSI dual three-phase pulse width modulation (PWM) converters based on the cascade connection of a front-end three-phase voltage source rectifier (VSR) and a back-end three-phase voltage source inverter (VSI) have been widely used in elevator energy feedback systems, but the front-end three-phase VSR using the traditional proportional integral (PI) double closed-loop control structure usually has the problem that the mid-end DC voltage cannot take into account the disturbance immunity and the follow-ability. Given this, an improved DC voltage regulation strategy of the three-phase PWM rectifier based on two-degree-of-freedom proportional integral differential (PID) is proposed. Firstly, the structure and working principle of the three-phase VSR-VSI dual three-phase PWM converters are expounded. Then, the PI double closed-loop control scheme of the front-end three-phase VSR and its parameter design process are given to analyze the reasons why this traditional scheme cannot have good disturbance immunity and follow-ability of the DC voltage regulation system. On this basis, an optimized DC voltage regulation improvement strategy for the front-end three-phase VSR based on two-degree-of-freedom PID and its corresponding parameter design method are given. Finally, the correctness and the superiority of the proposed three-phase PWM-VSR DC voltage regulation strategy are verified by using the simulation and experimental comparison results.

**Keywords:** energy feedback system; proportional integral (PI) double closed-loop control; three-phase pulse width modulation (PWM) rectifier; disturbance immunity; follow-ability; two-degree-of-freedom proportional integral differential (PID); DC voltage regulation

(编辑 陆海霞)