

## 燃煤 PM10 湍流聚并 GDE 方程算法及算例分析

周林海, 骆建友, 刘含笑, 郭峰, 余顺利, 吕岱岳  
(浙江菲达环保科技股份有限公司, 浙江 诸暨 311800)

**摘要:** 颗粒群平衡方程(GDE)是模拟计算超细颗粒物的聚并情况有效方法, 针对 GDE 方程的特点分别探讨了分区法、矩方法、MC 方法等主要算法, 运用激光粒度分析仪和 ANDERSON 测量 PM10 初始尺度分布, 为超细颗粒物聚并的数值模拟计算提供了理论借鉴。利用 CFD 软件编程功能, 编写湍流聚并计算程序, 计算结果同文献、实验结果吻合较好, 有效说明了湍流聚并模型及计算方法的合理性。

**关键词:** 颗粒群平衡方程; 算法; 超细颗粒物

**中图分类号:** TM621.73

**文献标志码:** B

**文章编号:** 1009-0665(2014)05-0066-04

超细颗粒物难以被除尘设备捕捉以及更易被人体吸收, 具有很大的危害性, 所以强化对细颗粒粉尘的收集将是除尘技术发展的新方向。颗粒物聚并技术是控制超细颗粒粉尘排放的有效方法, 其中, 湍流聚并是最有应用前景的一种团聚技术<sup>[1]</sup>。对于颗粒动力学演变过程进行定量描述有助于揭示颗粒聚并机制, 完善湍流聚并技术的理论基础。颗粒群平衡模型(PBM)仅仅抓住颗粒尺度分布这个关键参数, 采用概率方法为各种动力学实践建立定量的描述模型。对于颗粒群平衡方程(GDE)的算法也是目前研究的热点<sup>[2]</sup>, 文中将对其展开讨论, 为后续研究提供理论借鉴, 并利用 CFD 软件编程功能, 编写湍流聚并计算程序, 引入湍流计算模块和计算方法, 验证该模型和计算方法的合理性。

## 1 颗粒湍流聚并动力学方程

基于颗粒稀疏和分子混沌假设, 在仅考虑颗粒湍流聚并的情况下, 建立在欧拉坐标体系的颗粒尺度分布函数的零维平衡方程:

$$\frac{\partial n(v, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_{v_{\min}}^v \beta(v-u, u, t) n(v-u, t) n(u, t) du - n(v, t) \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} \beta(v, u, t) n(u, t) du \quad (1)$$

式中:  $\partial n(v, t)$  是体积为  $v$  的粒子在  $t$  时刻粒子数浓度分布函数;  $\beta(u, v-u)$  是体积分别为  $u$  和  $v-u$  的粒子间湍流聚并核;  $v_{\min}, v_{\max}$  是所研究颗粒物体中粒子体积的最小值和最大值。方程右边第一项表示体积为  $u$  的颗粒和体积为  $v-u$  的颗粒聚并成体积为  $v$  颗粒的速率; 第二项表示体积为  $v$  的颗粒同其他颗粒的聚并速率。

Zaichik<sup>[3]</sup>在各向同性的湍流中提出了惯性颗粒湍流聚并核  $\beta$  的具体表达式, 该表达式适用于全部范

围的惯性颗粒(从零惯性颗粒到大惯性颗粒), 并且考虑 2 种影响聚并效率的作用, 即湍流和聚集效应对聚并效率的增大效果。

$$\beta = 2\pi d^2 (|w_r(d)|) \Gamma(d) \quad (2)$$

式中:  $\Gamma$  为径向分布函数, 表征颗粒的不均匀分布, 即颗粒的局部富集效应;  $w_r(d)$  是颗粒间相对速度, 主要由连续相引起。后来又对方程进行修正<sup>[4]</sup>, 得到适用于任意密度颗粒的聚并核:

$$\beta = 4\pi^{1/2} d^2 V_t \quad (3)$$

$$V_t = (V_{in}^2 + V_{sp}^2)^{1/2} \quad (4)$$

$$V_{in} = |1-A| \left( \frac{f_{u1} + f_{u2}}{2} - f_{u1} f_{u2} \right)^{1/2} u' \quad (5)$$

$$V_{sp} = \left\{ \frac{[(1-A)f_{u1} + A][(1-A)f_{u2} + A] S_{11}(d)}{2} \right\}^{1/2} \quad (6)$$

式中:  $V_t$  表示总的湍流聚并系数;  $V_{in}$  为由于颗粒惯性而两颗粒速度相关量缺失引起的聚并系数;  $V_{sp}$  为由于颗粒相对距离  $d$  引起两颗粒速度相关量缺失而引起的聚并系数;  $f_{ui}$  是颗粒对流体脉动速度的响应系数。

## 2 聚并动力学方程解法

GDE 方程是一个典型的部分积分微分方程, 只有在某些特殊情况下才可以得到聚并动力学方程的解析解。在绝大多数情况下, 由于引起粒子变化的机制多样而复杂, 因此都不能对方程进行解析求解, 通常的数值求解或者近似求解方法有: 分区法、矩方法、Monte Carlo 方法等。

### 2.1 分区法

分区法是把颗粒的尺度分布曲线离散划分为  $N$  个区间, 每个区间内颗粒尺度满足统一的分布函数, 在各个区间建立平衡方程进行联立求解, 分区算法的计算精度取决于所采用的分区数目, 分区数目越多, 计算精度越高, 但计算代价也随之增大, 颗粒尺度范围分布要求

少于 2~3 个数量级,这样颗粒群可以被分为相对小的尺度间隔,可以得到较精确的结果。

分区法中颗粒群平衡方程是以粒径为  $i$  的颗粒的体积分数形式描述的:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_d \alpha_i] + \nabla \cdot [\rho_d u_i \alpha_i] = \rho_d V_i (B_i - D_i) \quad (7)$$

式中:  $\rho_d$  为颗粒相密度;  $u_i$  为尺寸为  $i$  的颗粒相速度;  $\alpha_i$  为尺寸为  $i$  的颗粒相体积分数:

$$\alpha_i = N_i V_i = V_i \int_{V_i}^{V_{i+1}} n(V, t) dV \quad (8)$$

定义一个关于颗粒相体积的系数  $f_i = \alpha_i / \alpha$ , 其中  $\alpha$  为颗粒相总体积分数, 颗粒由于聚并产生和消失的量可表示为:

$$\begin{cases} B_i = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \beta_{kj} N_k N_j x_{kj} \xi_{kj} \\ D_i = \sum_{j=1}^N \beta_{ij} N_i N_j \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\xi$  和  $x$  为保存当聚并后颗粒尺寸落于某区间后该区间尺寸的再赋值。

## 2.2 矩方法

矩方法是描述颗粒尺度分布函数的矩的演变过程。连续分布颗粒尺度函数的  $m$  阶矩定义为  $m_k = \int_v^k v^k n(v, t) dv$ ,  $m_0$  为颗粒总数目浓度  $n(t)$ ,  $m_1$  为颗粒总体积浓度,  $V(t)$  对于单组分颗粒而言, 颗粒体积的描述等价于颗粒质量的描述, 故文中  $m_1$  在某些场合也称为颗粒总质量浓度  $m(t)$ ,  $m_2$  为颗粒体积平方浓度。

### 2.2.1 标准矩方法

标准矩方法是离散法的有效替代方法, GDE 被转化为一组颗粒分布矩的运输方程, 用来解决少量的矩方程(3~6 个), 与离散法相比计算量减少了, 当不需要颗粒尺度的整体分布, 而只要平均和总的数量就可以代表颗粒分布的时候, 该方法是有效的。

矩方法的关键是颗粒尺度分布的重建和模型封闭问题, 标准矩方法对于颗粒初始分布要求比较苛刻<sup>[5]</sup>, 如必须满足对数分布、伽马分布等。并且矩方法不能得到颗粒演变的内部详细信息。

该方法中没有假设颗粒的粒度分布, 要求必须严格收敛, 因为聚并和破碎函数不能写成矩函数的形式。FLUENT 中颗粒群平衡方程写成矩方程形式<sup>[6]</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho m_k) + \nabla \cdot (\rho u m_k) = \rho (\bar{B}_k - \bar{D}_k) \quad (10)$$

其中:

$$\begin{cases} \bar{B}_k = \frac{1}{2} \int_0^\infty n(\lambda) \int_0^\infty \beta(u, \lambda) (u^3 + \lambda^3)^{k/3} n(u) du d\lambda \\ \bar{D}_k = \int_0^\infty L^k n(L) \int_0^\infty \beta(L, \lambda) n(\lambda) du d\lambda \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $L$  为颗粒的粒径尺度。

### 2.2.2 正交矩方法

正交矩方法引入加权函数的叠加方法近似颗粒尺度谱求解输运方程, 避免了传统矩方法对颗粒尺度分布和聚并核函数的诸多假设<sup>[7]</sup>。如  $m_k \approx \sum_{i=1}^N \omega_i L_i^k$ , 这样式(11)转化为:

$$\begin{cases} \bar{B}_k \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \omega_i \sum_{j=1}^N \omega_j (L_i^3 + L_j^3)^{k/3} \beta(L_i, L_j) \\ \bar{D}_k \approx \sum_{i=1}^N L_i^k \omega_i \sum_{j=1}^N \omega_j \beta(L_i, L_j) \end{cases} \quad (12)$$

## 2.3 蒙特卡洛(MC)方法

求解 GDE 的 MC 方法源于描述气体动力学的 Boltzmann 方程的 DSMC 算法, 它直接以描述对象的物理模型为基础, 能够得到颗粒轨迹和历史信息, 但是该方法计算量较大, 计算精度难于保证。赵海波<sup>[2]</sup>研究了多维颗粒群模拟的 MC 算法, 定量地描述了颗粒的碰撞、聚并、破碎等动力学事件, 取得了很好的模拟效果。凡风仙等<sup>[8]</sup>应用 MC 方法研究了驻波声场中细颗粒物声凝并特性。

## 3 颗粒物尺度初始分布

煤灰粒度分析采用 MASTERSIZER2000 激光粒度分析仪测定, 结果如图 1 和图 2 所示。

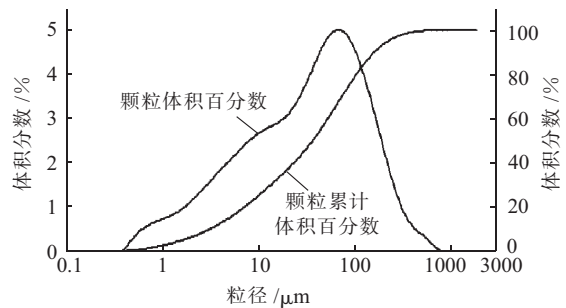


图 1 激光粒度分析结果

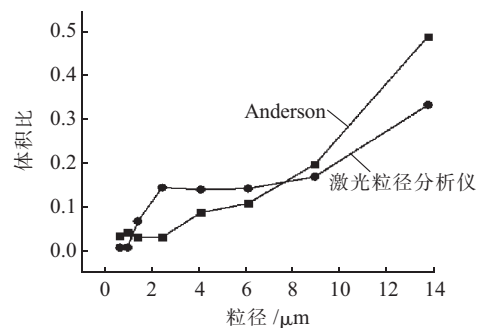


图 2 粒径分布比较

图 1 所示, 颗粒粒径大约从 0.7~800  $\mu\text{m}$  (粒径太小的颗粒质量有限, 不易测得), 程单峰分布, 大约在 100  $\mu\text{m}$  达到峰值, PM10 含量较多, 为了更准确了解 PM10 的粒度分布, 采用 ANDERSON 对聚并前煤灰

进行采样称重,将称重结果同激光粒度分析结果比较。

如图2所示,ANDERSON测得PM10中6 μm以下颗粒明显少于激光粒度分析仪分析结果,而大颗粒质量高于激光分析结果,这是因为煤灰本身便存在聚并现象,大颗粒上面粘附有许多小颗粒,在激光粒度分析时,由于震荡粘附较松的小颗粒便会脱落,使得小颗粒含量偏高,大颗粒含量降低。

## 4 算例分析

### 4.1 物理模型

扰流柱是凝聚器的重要部件之一,以单根扰流柱为例,模拟计算凝聚器内扰流区的流场、产涡情况及湍流凝聚效果,取空间尺寸为2000 mm×3000 mm×5000 mm,扰流柱直径取220 mm,单扰流柱模型网格划分如图3所示。



图3 网格划分

### 4.2 边界条件

运用商业CFD软件计算,采用双流体模型计算气相和颗粒相的运动情况,湍流模型选用标准 $k-\epsilon$ 模型,采用PBM计算颗粒的聚并,通过用户自定义函数(UDF)将不同的聚并核函数写入到PBM中,将PBM同双流体模型耦合求解。对GDE采用分区算法求解。为了计算更加准确,初始颗粒尺度分布由Andersen测得为0.45 μm到12.5 μm之间分为8个区间,见表1。入口条件为速度入口,流速为12 m/s,空气黏度为 $14.8 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s,空气密度为1.1691 kg/m<sup>3</sup>,颗粒相密度为2100 kg/m<sup>3</sup>,颗粒物体积分数为 $7.02 \times 10^{-6}$ ,出口条件采用压力出口,时间步长取0.001 s;压力-速度耦合方法采用SIMPLE算法,压力-连续方程差分方法采用PRESTO方法。

表1 各尺度颗粒的体积分数

组分	平均粒径 /m	体积分数
Bin-0	$1.247\ 236\ 6 \times 10^{-5}$	0.501 24
Bin-1	$7.759\ 677\ 4 \times 10^{-6}$	0.198 04
Bin-2	$4.827\ 679\ 9 \times 10^{-6}$	0.105 13
Bin-3	$3.003\ 539 \times 10^{-6}$	0.083 13
Bin-4	$1.868\ 650\ 5 \times 10^{-6}$	0.024 45
Bin-5	$1.162\ 580\ 1 \times 10^{-6}$	0.024 45
Bin-6	$7.232\ 987\ 2 \times 10^{-7}$	0.036 67
Bin-7	$4.499\ 999\ 9 \times 10^{-7}$	0.026 89

### 4.3 计算结果与讨论

湍流凝聚计算公式采用公式(1)~(3),计算方法采用分区算法,运用自定义函数编程功能,编写湍流聚并模块,导入CFD软件中,计算结果如图4和图5所示。



图4 速度等值面



图5 湍流强度等值线

图4为各工况速度等直三维图,图5为各工况湍流强度的等值线图,可以明显看出,漩涡在圆柱尾部形成,脱落,逐渐向下游扩散,形成湍流涡街,圆柱后方具有明显的涡街分布。该模拟结果,与前人文献卡门涡街模拟结果相仿<sup>[9-10]</sup>,说明了湍流计算方法和网格划分的合理性。

为验证模拟结果的准确性,研究采用与模拟体系相同的实验设备,采用电厂实际煤灰进行实验,通过Anderson测试扰流装置前后的煤灰颗粒粒径分布变化,并与模拟结果进行对比。

超细颗粒物聚并实验的初始分布、聚并实验后颗粒分布和数值计算结果如图6和图7所示,其中图7是对图6中bin-0到bin-5的局部放大。横坐标为颗粒的粒径尺寸,纵坐标为颗粒质量分数的粒径分布函数,定义为:

$$d_i/d_{\log(D_p)} = M_i / (\log D_{p,upp} - \log D_{p,low}) \quad (13)$$

式中: $D_p$ 为颗粒物的空气动力学直径; $f_i$ 为*i*级颗粒的质量分数(与体积分数相同); $upp$ 、 $low$ 分别是*i*级颗粒的粒径上限和下限。聚并后颗粒粒径范围从bin-0到bin-5的颗粒质量分数都有所减少,聚并效果明显,其中,bin-0到bin-3减少比例较小,而bin-4和bin-5减少比例较大。bin-6和bin-7比例有所增加,表明聚并后,PM10的粒径尺度分布发生了变化,较大尺寸颗粒占的比例增加,这与实验结果定性一致,有效说明了湍流凝聚计算模型剂分区计算方法的合理性。

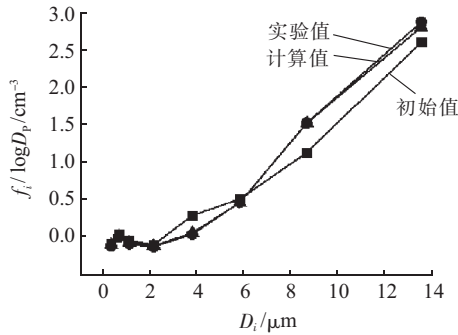


图6 颗粒体积分数量径分布

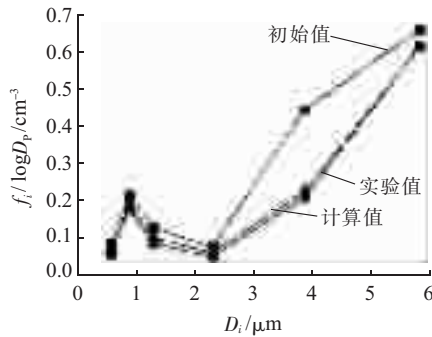


图7 粒径分布局部放大

## 5 结束语

对 GDE 方程不同算法进行探讨,并测得 PM10 初始尺度分布,为超细颗粒物湍流聚并提供了理论参考,并利用商业 CFD 软件,编写湍流计算模块,将计算结果同文献、实验数据比较,结果表明:分区法计算量大,精度高;矩方法计算量小,标准矩方法对颗粒初始尺度分布要求苛刻,正交矩方法可以用叠加近似法解决这一问题;MC 算法计算量较大,并且计算精度难以保证;扰流柱具有很好的产涡效果,计算结果同文献模拟结果相符,验证了湍流计算方法和网格划分的合理性;通过自定义函数功能引入湍流聚并计算程序和计算方法,计算结果同实验结果吻合较好,有效说明了模型和

算法的合理性。

## 参考文献:

- [1] 刘忠,刘含笑,冯新新,等. 湍流聚并器流场和颗粒运动轨迹模拟[J]. 中国电机工程学报,2012,32(14):71-75.
- [2] 赵海波. 颗粒群平衡模拟的随机模型与燃煤可吸入颗粒物高效脱除的研究[D]. 武汉:华中科技大学,2007.
- [3] ZAICHIK L I, ALIPCHENKOV V M, AVETISSIAN A R. Modelling Turbulent Collision Rates of Inertial Particles [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow. 2006,27(5):937-944.
- [4] LEONID I Z, SIMONIN O, VLADIMIR M A. Turbulent Collision Rates of Arbitrary-density Particles [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2010 53(10):1613-1620.
- [5] LEE K W, LEE Y J, HAN D S. The Log-normal Size Distribution Theory for Brownian Coagulation in the Low Knudsen Number Regime [J]. Journal of Colloid and Interface Science, 1997,188(2):486-492.
- [6] 姚熊亮,方媛媛,戴绍仕,等. 基于 LES 方法圆柱绕流三维数值模拟[J]. 水动力学研究与进展,2009,2(5):564-572.
- [7] McGraw R. Description of Aerosol Dynamic by the Quadrature Method of Moments [J]. Aerosol Science and Technology, 1997, 27(1):255-265.
- [8] 凡凤仙,袁竹林,赵兵,等. 驻波声场中细微颗粒凝并的数值模拟[J]. 燃烧科学与技术,2008,14(3):253-258.

## 作者简介:

- 周林海(1976),男,浙江诸暨人,工程师,从事燃煤电站环保成套项目总体设计及技术研发工作;
- 骆建友(1972),男,浙江诸暨人,硕士,从事燃煤电站环保设备设计工作;
- 刘含笑(1987),男,山东潍坊人,硕士,从事燃煤电站 PM2.5 捕集增效优化技术与装备研发工作;
- 郭峰(1979),男,浙江诸暨人,工程师,从事燃煤电站 PM2.5 捕集增效优化技术与装备研发工作;
- 余顺利(1985),男,浙江淳安人,工程师,从事燃煤电站 PM2.5 捕集增效优化技术与装备研发工作;
- 吕岱岳(1980),男,浙江诸暨人,工程师,从事燃煤电站 PM2.5 捕集增效装备调试工作。

## Arithmetic Research on GDE of PM10 Turbulence Coalescence and the Example Analysis

ZHOU Linhai, LUO Jianyou, LIU Hanxiao, GUO Feng, YU Shunli, LYU Daiyue  
(Zhejiang Feida Environmental Science & Technology Co. Ltd., Zhuji 311800, China)

**Abstract:** GDE has been proved to be one effective method for the simulation calculation of the ultrafine particle coalescence situation. Many methods were explored, including the Partition algorithm, the Moment method, the MC method and so on. The initial size distribution of the PM10 was measured using the laser particle size analyzer and the ANDERSON, which provided a theoretical basis for the ultrafine particle coalescence numerical simulation. Using CFD software, the turbulence coalescence model was established. The results were consistent with the literature and experiments, which illustrated the rationality of the turbulence coalescence and arithmetic method effectively.

**Key words:** GDE; arithmetic; ultrafine particle